

В О П Р О С Ы

к коллоквиуму по математическому анализу
в группах 207-212 второго курса второго потока
2012-2013 учебный год
Лектор профессор В.А.Зорич

Тема: РЯДЫ И ИНТЕГРАЛЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА

0. Ряд как инструмент (обзор). (Позиционная система счисления; вопросы приближения и ряд Тейлора; распространение экспоненты в комплексную область и формула Эйлера; экспонента от матрицы, от оператора и формула Тейлора; решение уравнений методом неопределенных коэффициентов.) Операции с рядами, возникающие вопросы и формулировки основных теорем, дающих на них ответы.

1. Сходимость ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Теорема сравнения и основные достаточные признаки сходимости (мажорантный, интегральный, Абеля—Дирихле). Ряд $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$.

2. Арифметические действия с абсолютно сходящимися рядами и теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.

3. Равномерная сходимость семейств и рядов функций. Критерий Коши и основные достаточные признаки равномерной сходимости ряда функций (мажорантный, Абеля—Дирихле).

4. Достаточные условия коммутирования двух предельных переходов. Непрерывность, интегрирование, дифференцирование и предельный переход.

5. Область сходимости и характер сходимости степенного ряда. Формула Коши—Адамара. Теорема Абеля (вторая). Тейлоровские разложения основных элементарных функций. Формула Эйлера. Дифференцирование и интегрирование степенного ряда.

6. Несобственный интеграл. Критерий Коши и основные достаточные признаки сходимости (мажорантный, Абеля—Дирихле).

7. Равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Критерий Коши и основные достаточные признаки равномерной сходимости (мажорантный, Абеля—Дирихле).

8. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование собственного интеграла, зависящего от параметра.

9. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интеграл Дирихле.

10. Эйлеровы интегралы. Области определения, дифференциальные свойства, формулы понижения, различные представления, взаимосвязь. Интеграл Пуассона.

11. Дельтаобразные семейства функций. Теорема о сходимости свертки. Классическая теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции алгебраическим многочленом.